(別冊) 1. (1)

$$(fg)'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta(fg)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(fg)(x+\Delta x)-(fg)(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x)-f(x)g(x)}{\Delta x}$$

($\Delta f=f(x+\Delta x)-f(x)$ より $f(x+\Delta x)=f(x)+\Delta f$

同様に $g(x+\Delta x)=g(x)+\Delta g$ より)

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{(f(x)+\Delta f)(g(x)+\Delta g)-f(x)g(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x)g(x)+f(x)\Delta g+g(x)\Delta f+\Delta f\Delta g-f(x)g(x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\left(f(x)\frac{\Delta g}{\Delta x}+g(x)\frac{\Delta f}{\Delta x}+\frac{\Delta f}{\Delta x}\Delta g\right)=f(x)g'(x)+g(x)f'(x)$$

($\frac{\Delta g}{\Delta x}\to g'(x)$, $\frac{\Delta f}{\Delta x}\to f'(x)$, $\frac{\Delta f}{\Delta x}\to f'(x)$, $\Delta g\to 0$)

(P23とは少し違う方法)

(別冊) 2.

(1) $y=\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$ より $y'=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

(3) $y'=\frac{(2x^2+3)'(x^2-x)-(2x^2+3)(x^2-x)'}{(x^2-x)^2}$

$=\frac{4x(x^2-x)-(2x^2+3)(2x-1)}{(x^2-x)^2}=\frac{4x^3-4x^2-(4x^3-2x^2+6x-3)}{(x^2-x)^2}$

$=\frac{-2x^2-6x+3}{(x^2-x)^2}$

(4) $y'=\frac{(\sin x)'(1+\cos x)-\sin x(1+\cos x)'}{(1+\cos x)^2}$ ($-\sin x$ に注目)

$=\frac{\cos x(1+\cos x)+\sin^2 x}{(1+\cos x)^2}=\frac{\cos x+\overbrace{\cos^2 x+\sin^2 x}^{1}}{(1+\cos x)^2}$

$=\frac{1+\cos x}{(1+\cos x)^2}=\frac{1}{1+\cos x}$

(別冊) 3.

(1) $y=\sqrt{2x^2+3}$. $\begin{cases}u=2x^2+3,\\ y=\sqrt{u}=u^{\frac{1}{2}}\end{cases}$

$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}=(u^{\frac{1}{2}})'(2x^2+3)'=\frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}}\cdot 4x$

$=\frac{2x}{\sqrt{u}}=\frac{2x}{\sqrt{2x^2+3}}$

(2) $y=\frac{3}{\sqrt{2x-4}}=3u^{-\frac{1}{2}}$ $(u=2x-4)$

$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}=(3u^{-\frac{1}{2}})'\times(2x-4)'=-\frac{3}{2}u^{-\frac{3}{2}}\times 2$

$=-3u^{-\frac{3}{2}}=-3(2x-4)^{-\frac{3}{2}}$

(3) $y=\log(e^x+1)=\log u$ $(u=e^x+1)$

$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}=(\log u)'(e^x+1)'=\frac{1}{u}e^x=\frac{e^x}{e^x+1}$

(4) $y=\sin^3 x=u^3$ $(u=\sin x)$

$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}=(u^3)'(\sin x)'=3u^2\cos x=3\sin^2 x\cos x$

(5) $y'=(\cos(2x+3))\cdot 2=2\cos(2x+3)$

(6) $y'=3(e^{2x})'-4(e^{5x})'=3\cdot 2e^{2x}-4\cdot 5e^{5x}=6e^{2x}-20e^{5x}$