交通流解析における Aw-Rascle モデルの数値計算

平成 23 年 2 月 14 日

情報電子工学科 竹野研究室
片桐 由太

目 次

1 はじめに **1**

2 流体モデル **1**

2.1 流体モデルとは 1

2.2 3 つの基本量 1

2.3 3 つの基本量の関係 4

2.4 車の数の保存 5

2.5 速度と密度の関係 7

2.6 交通量と密度の関係 8

3 Aw-Rascle モデル **9**

4 Lax-Friedrichs の差分法 **12**

4.1 境界問題 14

4.2 CFL 条件 15

5 数値計算結果 **17**

6 まとめ **20**

参考文献 **21**

概要

過去の卒業研究で使用されていた流体モデルは、交通流解析には向かない点が最近指摘されていて、それを改良するモデルとして 2 次モデルの Aw-Rascle モデルというものがある。過去の卒業研究で使用されていた流体モデルは、交通の流れを流体の流れとして捉えていた。そこで、本研究では 2 次モデルの Aw-Rascle モデルについて調べたことを紹介し、数値計算をおこない、その結果からなにが得られるのかを検証する。そして、最終的には、流体モデルと比較したり、本研究室で行なっている道に依存する場合での考察ができるのかを目標とする。
まずは、過去の卒業研究で使用されていた流体モデルについて簡単にまとめたものを紹介する。今回は、道に依存しないモデルでまとめたものを紹介する。そして、Aw-Rascle モデルについて紹介し、その数値計算を行ない、どのような数値計算の結果を得たかを報告する。

1　はじめに

交通流解析に用いられているモデルは大きく分けて巨視的 (macroscopic) と微視的 (microscopic) に分けられる。微視的モデルの代表としてセルオートマトンモデルが有名である。そのなかでルール 184 を用いたものが特に知られていると思う。一方で巨視的モデルにはさらに、流体モデルがある。その他にも、追従モデル、確率モデルなどもある。

過去の卒業研究で使用されていた流体モデルは、道に依存したもので考察されていた。具体的に、坂道だったり、カーブ、速度指定や信号、事故などの様々な要因を取り込んでいる。今後 Aw-Rascle モデルでの道に依存したものを行なう場合、下準備として道に依存していない場合のこのモデルの考え方や数値計算結果があればやりやすくなると思うので、Aw-Rascle モデルも道に依存しないものを考察し、数値計算を行なう。

第 2 章では、過去の卒業研究で使用されていた道に依存しない流体モデルの説明をし。第 3 章では 2 次モデルの Aw-Rascle モデルのまとめを紹介し、第 4 章では今回使用した数値計算の方法 Lax-Friedrichs の差分法を紹介し、第 5 章では、数値計算の結果を報告し、第 6 章では、まとめと、今後の課題を報告する。

2　流体モデル

2.1　流体モデルとは

流体モデルとは、多数の車両の動き、つまり交通の流れを連続した流体のように考えるものである。連続方程式や運動方程式に基づいているものである。流体モデルは 1995 年に M.J.Lighthill と G.B.Whitham によって考えられた 1 次元流体の最初の流体模型である。交通流解析を行う上で必要な概念として、3 つの基本量というものがある。以下に 3 つの基本量をあげ、それについて説明する。

2.2　3 つの基本量

- 速度 (速度場)

車の位置が $x_0(t)$ で表されるなら速度は $dx_0(t)/dt$ で加速度は $d^2x_0(t)/dt^2$ である。Fig.2.1 のように示されるように、それぞれ車の位置を $x_i(t)$ で示す。

速度を測るには 2 つの方法がある。一般的なものは車の速度 v_i 、すなわち $v_i = dx_i/dt$ を測ること。しかし、これでは車の台数が多いとそれぞれ異なった速度が存在することにな

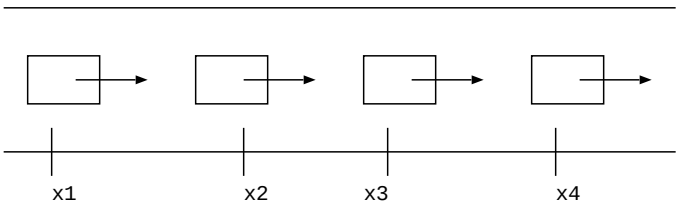

Fig. 2.1 x_i で示された車の位置

る。車の台数を N 台とすると、時間の関数として N 個の個となった速度 $v_i(t) i = 1, \cdots, N$ があることになる。つまり、車の台数が多いと、各車の測定が困難である。そこで、個々に車の速度を記録する代わりに空間の各時刻に対して速度場と呼ばれるただ 1 つの速度 $v(x,t)$ を対応させて考える。これは、位置 x にいる観測者により時刻 t で測られた速度である。車の位置 $x_i(t)$ における速度場 $v(x,t)$ は、その車の速度 $v_i(t)$ でなければならない。よって

$$v(x_i(t), t) = v_i(t) \tag{2.1}$$

となる。

- 交通量

観測者は 1 時間当たりの車の台数を計算できる。この量は、交通量 q と呼ばれ時刻 t や位置 x に依存するので $q(x,t)$ と表せる。

時刻	車の通過台数	1 時間当たりの通過台数
8:00 ~ 8:30	433	866
8:30 ~ 9:00	522	1044
9:30 ~ 10:00	603	1206

最大交通量は 9:30 ~ 10:00 で起こっている。従って流量 q は $q(t)$ が Fig.2.1 に示されるように時刻 t とともに変化している。

- 密度

密度とは与えられた道路上に存在する車の数である。

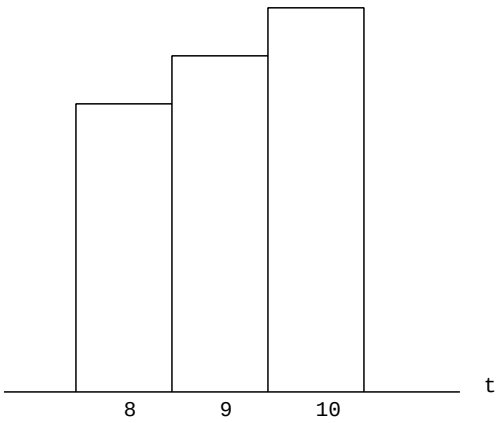

Fig. 2.2 時刻の関数としての交通量 $q(t)$

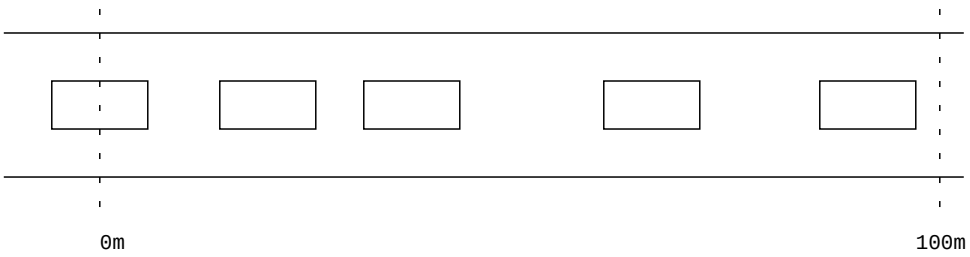

Fig. 2.3 全体図

両端において入りきらなかった車に関して、車の中心が領域に入った場合のみ考えるものとする。図,3 の場合、2 地点間の車の数は 5.66 台で 1 km 当たりの車の数は 56.58 台となる。この測定から与えられた長さの道路上にいる車の数が分かり、それは車の密度 ρ と呼ばれる量に換算される ρ は $\rho(x,t)$ と表すことができる。M km 当たりの車の台数 N は

$$N = \rho M$$

なので

$$\rho = \frac{N}{M}$$

で求めることが出来る。

道路上の 2 地点	存在する車の数	1km 当たりの車の数	密度
0-0.2	10	50	50
0.2-0.4	13	65	65
0.4-0.6	8	40	40
0.6-0.8	6	30	30
0.8-1.0	9	45	45

となり ρ を求めることができる。また、車両間隔を d, 車の長さを L とすると ρ は

$$\rho = \frac{1}{L+d}$$

と表すことが出来る。道の距離は km で考えられているが、車の長さや車間距離は m 単位である。なので単位を合わせるために分数の形になっている。

2.3 3 つの基本量の関係

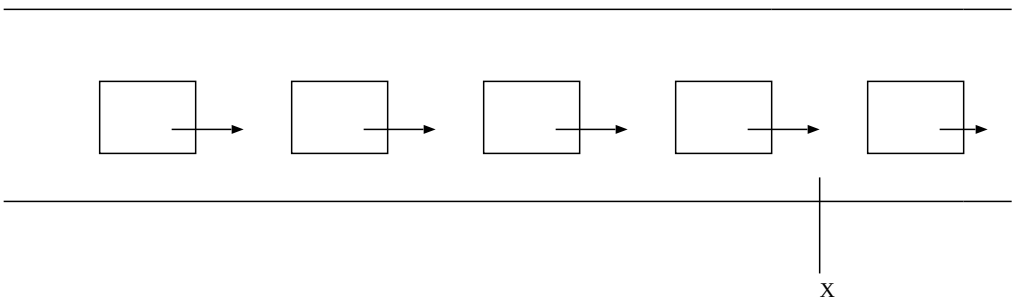

Fig. 2.4 一定な車の流れ

ある道路上で交通が fig.2.4 のように示すように、車が定速度 v_0, 定密度 ρ_0 で動いていると仮定する。各車は同じ早さで動いている。なので、車間距離は一定である。このことから密度の変化はない。T 時間で各車は距離 v_0T だけ動く。(一定速度で動いているので、移動距離は速度× 時間) よって、T 時間内に Fig.2.4 の X を通過する車の数は距離 v_0T にいる車の数に等しい。

よって、T 時間内に Fig.2.4 の X の地点を通過する車の数は $\rho_0 v_0 T$ である。つまり、1 時間当たりの交通量 q は

$$q = \rho_0 v_0 \tag{2.2}$$

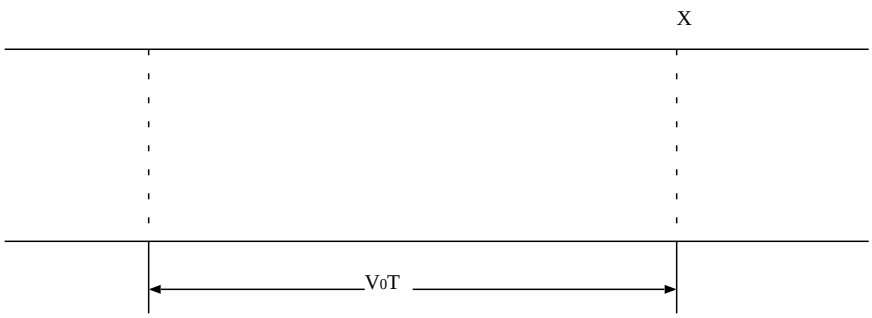

Fig. 2.5 一定な速度で動いている車が T 時間に進む距離

となる。これは基本法則

交通量 = (交通密度) × (速度場)

を意味する。3 つの基本量は x(車の位置) と t(時間) に依存する。なのでそれぞれ、$q(x,t)$ $\rho(x,t)$ $\upsilon(x,t)$ と表すことが出来る。これを基本法則に従い式 (2.3) と表せる。

$$q(x,t) = \rho(x,t)\upsilon(x,t) \tag{2.3}$$

2.4 車の数の保存

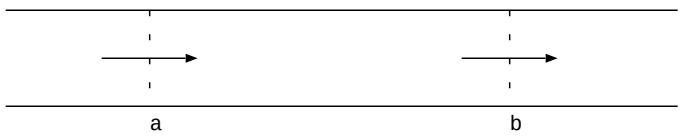

Fig. 2.6 道路の区間における車の出入り

Fig.2.6 のような道路上の a と b の間の車の数 N は、密度の積分で表せる。

$$N = \int_a^b \rho(x,t)dx \tag{2.4}$$

Fig.2.6 の a, b 間で車の出入りがなければ、車の数の変化は a,b を通過する車の数で決る。a の位置の交通量を $q(a,t)$、b の位置の交通量を $q(b,t)$ と考えられ、これらが時間に関して一定でなければ、a, b 間の車の数の変化率 dN/dt は、単位時間当たりにに a の位置を t

時間のときに横切る車の数から、b の位置を t 時間のときに横切る車の数を引いたものに等しいということなので

$$\frac{dN}{dt} = q(a,t) - q(b,t) \tag{2.5}$$

(2.5) に (2.4) を代入して

$$\frac{d}{dt}\int_a^b \rho(x,t)dx = q(a,t) - q(b,t) \tag{2.6}$$

となる。この式は、車の数の変化は a, b を通過する交通量のみに依存するということを示している。(2.6) は積分変数 x を y とし、b を x に置き換えると

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_a^x \rho(y,t)dy = q(a,t) - q(x,t) \tag{2.7}$$

となる。微分と積分の順序交換により

$$\int_a^x \frac{\partial}{\partial t}\rho(y,t)dx = q(a,t) - q(x,t) \tag{2.8}$$

となり両辺を x で微分すると

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}(x,t) + \frac{\partial q}{\partial x}(x,t) = 0 \tag{2.9}$$

を得る。これは、車が生成も減少もしない仮定のもとでの交通密度と交通量との関係を表している。つまり車の数が保存される。(2.3) より

$$q = \rho\upsilon$$

であり、この式を (2.9) に代入すれば、車の保存は交通密度と速度場に関する偏微分方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\upsilon) = 0 \tag{2.10}$$

として書かれる。

2.5 速度と密度の関係

速度と密度の関係は (2.6) で関係づけられている。Lighthill と Whitham、Richards が提唱したモデルは、速度が密度のみに依存するというもので

$$v = v(\rho)$$

とされている。道路上に車がいなければ、その車は最高速度 v_{max} で走る。しかし、密度が増してくると車は速度を落とさざるを得ない。そして車は最大密度 ρ_{max} で停止する。

$$v(\rho_{max}) = 0$$

と表せる。速度と密度の関係をグラフに表すと Fig.2.7 のようになる。

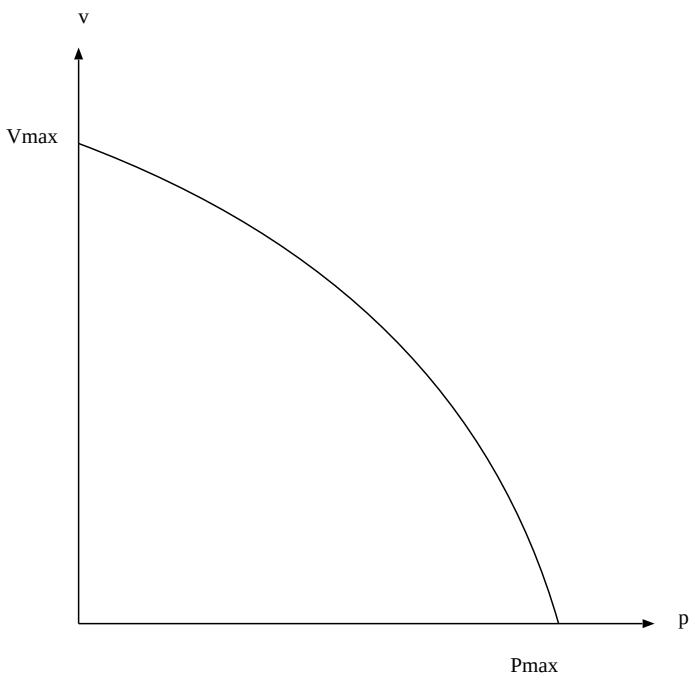

Fig. 2.7 速度と密度の関係

2.6 交通量と密度の関係

交通量は密度× 速度より

$$q = \rho v$$

交通量もまた密度のみに依存しているので、次の場合 0 になる性質をもつ。

- 交通の無い場合 $(\rho = 0)$
- 交通が動かない場合 $(v = 0$ つまり$\rho = \rho_{max})$

交通量の密度への依存のグラフを Fig.2.8 に表す。

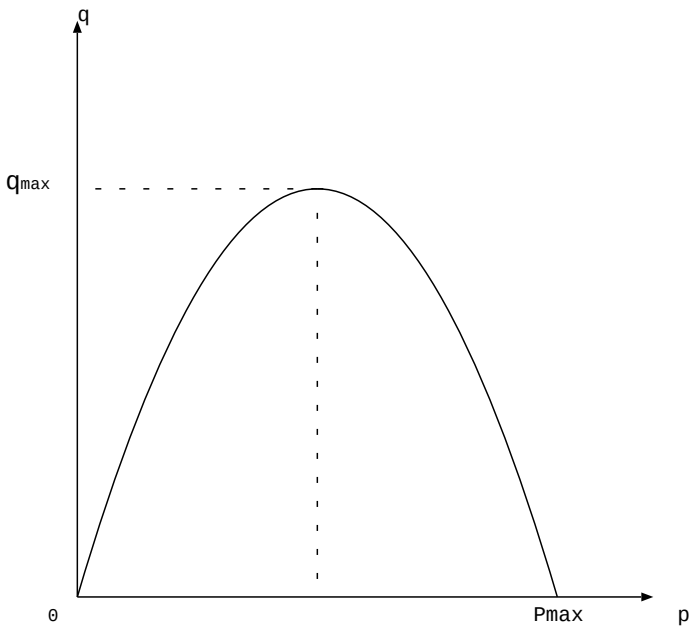

Fig. 2.8 交通量と密度の関係

3 Aw-Rascle モデル

2 次モデルとは、2 つの方程式からなり、1971 年に Payne と 1974 年に Whitham により考えられたモデルである。その後、いくつかの 2 次モデルが作られたが、どれも交通解析にはむかない。そこで、それらを克服した Aw-Rascle モデルについて紹介する。Aw-Rascle モデルは 2000 年に Aw と Rascle により考え出されたモデルである。Aw-Rascle モデルは流体モデルの欠点を指摘しているものの、方程式を現象から直接導いたものではないようで、導出に関する理屈に乏しい。その点は流体モデルの方が勝っている。つまり、導出の理屈がないということは、それを元に道に依存するモデルを構成することが難しいということを意味する。

下に流体モデルと Aw-Rascle モデルの大きな違いをまとめる。交通と流体の主な違いは

- 車の粒子は正面からのみの刺激に応答しながら、流体粒子は前からと後ろからの両方の刺激に応答する。
- 分子とは異なり、ドライバーは人格を持っている。

などが、挙げられる。

流体モデルは前後からの刺激に対応してしまう。前からの刺激は問題ないのだが後ろからの刺激を受けることは、交通に例えると車が進行方向とは逆に走ってしまう。つまり、非現実的な負の速度を持ってしまうことになる。それを改善したのが Aw-Rascle モデルである。このモデルの式は

$$\begin{cases} \rho_t + (\rho v)_x = 0 \\ (v+p)_t + v(v+p)_x = 0 \end{cases} \tag{3.1}$$

のように表示される。ここでの $p = p(\rho)$ は密度の増加関数である。p を説明するにはラグランジュ微分を説明する必要がある。ラグランジュ微分とは通常の時間微分 $\partial/\partial t$ に変わり

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v\frac{\partial}{\partial x}$$

とする微分である。例を示すと、$\rho(t,x)$ を t で微分したものは密度の時間変化

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\rho(x, t+\Delta t) - \rho(x,t)}{\Delta t}$$

を表すが、これは位置 x を固定して考えたものになっている。これを、移動する車 (粒子) を追いかけながら考えてみる。時間変化を R として考える。時刻 $t=0$ のとき位置 x_0 にいたとする。時刻 t が Δt だけ進んだ場合、位置は $x(x_0, t+\Delta t)$ の場所にいるので

$$R = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\rho(x(t+\Delta t, x_0), t+\Delta t) - \rho(x(t, x_0), x)}{\Delta t} = \frac{\partial}{\partial t}\rho(x(t, x_0), t)$$

となるが偏微分の合成函数の微分法則を用いれば

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(x(t, x_0), t) = \frac{\partial \rho}{\partial x}\frac{\partial x(t, x_0)}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

となり

$$\frac{\partial x(t, x_0)}{\partial t} = \upsilon(x(t, x_0), t)$$

を代入すると

$$R = \frac{\partial \rho}{\partial x}\upsilon + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{D\rho}{Dt}$$

が得られる。つまりこのことからラグランジュ微分とは、車を追いかけながらの時間変化と捉えることが出来る。なのでラグランジュ微分を用いると (3.1) の 2 本目の式は

$$\frac{D}{Dt}(\upsilon + p) = 0 \tag{3.2}$$

となる。これは車を追いかけながら見ると、速度と p の和は変化しないということである。しかし、参考文献 [2] 及び 原論文 [8] では、p は圧力的なものとされているが、物理的な意味が明確に記載されておらず、(3.2) の意味が説明されていない。Aw-Rascle は方程式を現象から直接導いたものではないようで、導出に関する理屈に乏しいようであり、むしろ数学的に解があるか、それが現象に近いか、という要請に基づいているようである。

しかし先の式は保存形式になっていない。保存的な形式を得るため変更する。(3.1) の連立方程式の 1 本目の式に $\upsilon + p$ をかけ、2 本目の式に ρ をかけて加えると $(fg)' = f'g + fg'$ より

$$\rho_t(\upsilon + p) + \rho(\upsilon + p)_t = (\rho(\upsilon + p))_t$$

なので

$$(\rho v)_x(v+p)+\rho v(v+p)_x=(\rho v(v+p))_x$$

となり

$$\begin{cases} \rho_t+(\rho v)_x=0 \\ \rho(v+p)_t+(\rho v(v+p))_x=0 \end{cases} \tag{3.3}$$

の形の連立方程式を得る。よって、この式から運動方程式と Aw-Rascle の保存形式の 2 つからなる式であることが分かる。つまり、これは 2 つの保存量 ρ と $\rho(v+p)$ で構成されていることがわかる。そして、$y=\rho(v+p)$ としてその変数を考慮して $U=(\rho,y)$ とする。これで保存形式になる。そして、Aw と Rascle によって考えられた関数 p は、$p(\rho)=\rho^\gamma$ で $\gamma>0$ のときである。したがって以下のような式に書き直すことができる。

$$v=\frac{y}{\rho}-p \tag{3.4}$$

より

$$\rho v=y-\rho p$$

となり、よって

$$\rho v(v+p)=y\left(\frac{y}{\rho}-p\right)$$

となるので、(3.3) を書き直すと

$$\begin{cases} \rho_t+(y-\rho p)_x=0 \\ y_t+\left(y\left(\dfrac{y}{\rho}-p\right)\right)_x=0 \end{cases} \tag{3.5}$$

4 Lax-Friedrichs の差分法

Δx と Δt を細かく設定し、それぞれの微分を差分で置き換えたものを差分法と呼ぶ。ここでは、Lax-Friedrichs の差分法 (以下:LF 差分法) について紹介する。

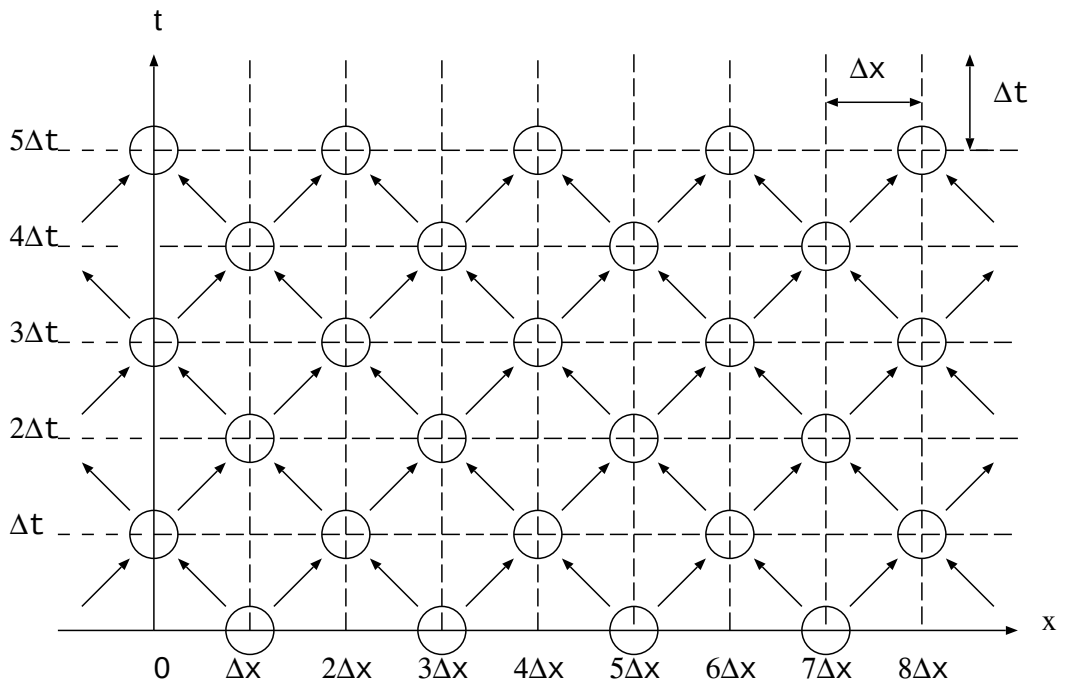

Fig. 4.1 Lax-Friedrichs の差分法

Aw-Rascle モデルで実際に計算で使用する式は (3.5) である。まず、保存方程式の単独の場合の LF 差分法の計算方法を紹介する。

$$u_t + f(u)_x = 0 \ (u = u(x,t)) \tag{4.1}$$

を単独の保存方程式と呼ぶ。これに対する LF 差分法とは、微分 $\partial/\partial t$ で前進差分のようなもの、$\partial/\partial x$ を中心差分で置き換えたものである。

$$u_t(x,t) = \frac{u(x,t+\Delta t) - \dfrac{u(x+\Delta x,t) + u(x-\Delta x,t)}{2}}{\Delta t} \tag{4.2}$$

$$f_x(x,t) = \frac{f(x+\Delta x,t) - f(x-\Delta x,t)}{2\Delta x} \tag{4.3}$$

本来前進差分なら (4.1) は

$$u_t(x,t) = \frac{u(x,t+\Delta t) - u(x,t)}{\Delta t} \tag{4.4}$$

であるはずだが、$u(x,t)$ のかわりに $(x+\Delta x,t),(x-\Delta x,t)$ での値の平均

$$\frac{u(x+\Delta x,t)+u(x-\Delta x,t)}{2}$$

を用いることにより、平滑、効果、単調性、点数の削減などが得られることが知られている。(4.3) と (4.4) より

$$\frac{u(x,t+\Delta t) - \dfrac{u(x+\Delta x,t)+u(x-\Delta x,t)}{2}}{\Delta t} + \frac{f(x+\Delta x,t)-f(x-\Delta x,t)}{2\Delta} = 0$$

で近似され、よって $(x,t+\Delta t)$ での値が $(x+\Delta x,t),(x-\Delta x,t)$ の 2 点での値で求めることになる。

$$u(x,t+\Delta t) = \frac{u(x+\Delta x,t)+u(x-\Delta x,t)}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(f(x+\Delta x,t)-f(x-\Delta x,t)) \tag{4.5}$$

これを LF 差分法という。これをもとに、Aw-Rascle モデルでの ρ と y の LF 差分法の式を作る。

$$\rho^{m,k} = \rho(k\Delta x, m\Delta t)\ ,\ y^{m,k} = y(k\Delta x, m\Delta t)$$

とする。

$$\begin{aligned}\rho^{m+1,k} &= \frac{\rho^{m,k+1}-\rho^{m,k-1}}{2} \\ &\quad -\frac{\Delta t}{2\Delta x}((y^{m,k+1}-\rho^{m,k+1}p^{m,k+1})-(y^{m,k-1}-\rho^{m,k-1}p^{m,k-1}))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y^{m+1,k} &= \frac{y^{m,k+1}+y^{m,k-1}}{2} \\ &\quad -\frac{\Delta t}{2\Delta x}\left\{y^{m,k+1}\left(\frac{y^{m,k+1}}{\rho^{m,k+1}}-p^{m,k+1}\right)-y^{m,k-1}\left(\frac{y^{m,k-1}}{\rho^{m,k-1}}-p^{m,k-1}\right)\right\}\end{aligned}$$

4.1 境界問題

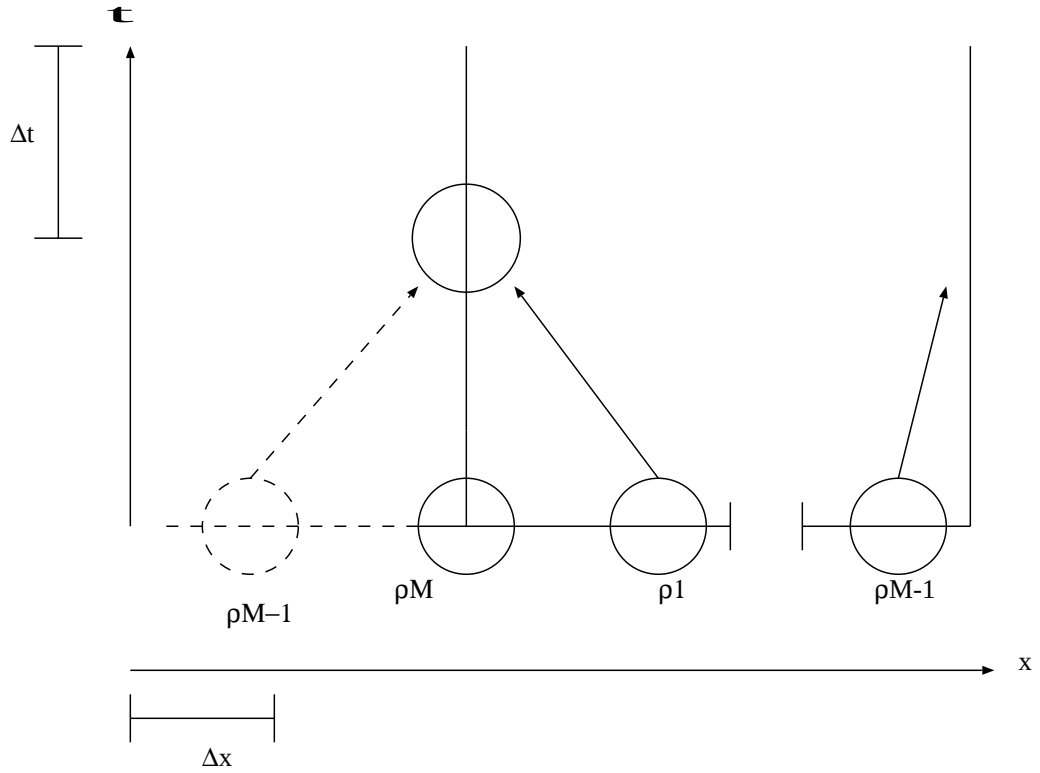

Fig. 4.2 LF 差分法の境界問題

LF 差分法では境界問題について考える必要がある。今回は、周期境界条件を用いて考える。周期境界条件とは両端が繋がっているものとして考えるものである。ρ_M は ρ_1 と ρ_{M-1} から求めるというものである。Fig.4.2 に周期境界条件を示す

4.2 CFL 条件

CFL とは Courant-Friedrichs-Lewy の略で、CFL 条件とは安定性条件のことである。LF 差分法では、Δt を大きく取れば t の計算が速いが、不安定になることが知られている。差分を安定に計算するために Δt に制限をもうける。Aw-Rascle モデルでの CFL 条件は、ヤコビ行列の 2 つの固有値の絶対値の最大値が $\Delta t/\Delta x$ 以下であることなので、固有値を λ_1 と λ_2 とすると $(\rho^{m,k}, y^{m,k})$ に

$$|\lambda_1(\rho^{m,k}\ y^{m,k})|\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1,\ |\lambda_2(\rho^{m,k}\ y^{m,k})|\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \tag{4.6}$$

と書くことが出来る。導出過程を詳しく説明すると (3.5) のヤコビ行列 F は

$$F = \begin{bmatrix} (f_1)_\rho & (f_1)_y \\ (f_2)_\rho & (f_2)_y \end{bmatrix}$$

但し、$f_1 = y - \rho p\ ,\ f_2 = y(\frac{y}{\rho} - p)$ とした。ここで、

$$(f_1)_\rho = (y - \rho p)_\rho = -(\rho p)_\rho = -(p + \rho p') \text{ 、} (f_1)_y = 1$$

$$(f_2)_\rho = \left(\frac{y^2}{\rho} - yp\right)_\rho = -\frac{y^2}{\rho^2} - yp' \text{ 、} (f_2) = \frac{2y}{\rho} - p$$

なので、F は

$$F = \begin{bmatrix} -p - \rho p' & 1 \\ -\dfrac{y^2}{\rho^2} - yp' & \dfrac{2y}{\rho} - p \end{bmatrix}$$

となる。固有値 λ は

$$|\lambda I - F| = \begin{vmatrix} \lambda + p + \rho p' & -1 \\ \dfrac{y^2}{\rho^2} + yp' & \lambda - \dfrac{2y}{\rho} + p \end{vmatrix}$$

なので

$$(\lambda + p + \rho p')\left(\lambda + p - \frac{2y}{\rho}\right) + \frac{y^2}{\rho^2} + yp' = 0$$

の解である。$\lambda + p = \mu$ とすれば、この式は

$$\begin{aligned} & (\mu + \rho p')\left(\mu - \frac{2y}{\rho}\right) + \frac{y^2}{\rho^2} + yp' \\ = \;& \mu^2 + \left(\rho p' - \frac{2y}{\rho}\right)\mu + \frac{y^2}{\rho^2} - yp' \\ = \;& \mu^2 + \left(\rho p' - \frac{2y}{\rho}\right)\mu + \frac{y}{\rho}\left(\frac{y}{\rho} - \rho p'\right) \\ = \;& \left(\mu - \frac{y}{\rho}\right)\left(\mu - \frac{y}{\rho} + \rho p'\right) = 0 \end{aligned}$$

となるので、$\mu = y/\rho,\ y/\rho - \rho p'$、よって固有値 λ は

$$\lambda_1 = \frac{y}{\rho} - p - \rho p' \text{ 、} \lambda_2 = \frac{y}{\rho} - p$$

となる。$p = \rho^\gamma$ の場合は $p + \rho p' = \rho^\gamma + \rho^\gamma \rho^{\gamma-1} = (\gamma+1)\rho^\gamma$ より

$$\lambda_1 = \frac{y}{\rho} - (\gamma+1)\rho^\gamma \text{ 、} \lambda_2 = \frac{y}{\rho} - \rho^\gamma$$

となるので結局 (4.6) は

$$\left|\frac{y^{m,k}}{\rho^{m,k}} - (\gamma+1)(\rho^{m,k})^\gamma\right| \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \text{ 、 } \left|\frac{y^{m,k}}{\rho^{m,k}} - (\rho^{m,k})^\gamma\right| \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$$

が求められる。

5　数値計算結果

前節の LF 差分法で Aw-Rascle モデルの数値計算を行なったものを紹介する。計算の方法は、初期値はランダムで与えるのではなく、三角関数の値を与えてあり、

$$\rho(0,x) = 2.0 + \sin(2\pi x) \text{ 、} y(0,x) = 1.0 + \cos(2\pi x)$$

としている。x は $0 \leq x \leq 1$ の範囲で $\Delta x = 1/200$、$\gamma = 1.4$ の条件で計算している。

Fig.5.1 は左の図が ρ のグラフで、右が y のグラフになっている。t の時間を進めたものをそれぞれ重ねたものである。

ρ のグラフから最初の渋滞の位置 $x = 0.25$ が、時間の経過と共に後方に伝搬していることがわかる。それと波の動きは、$t = 0.000$ のグラフは滑らかな曲線だが、時間が経過するにつれて、ノコギリの刃ようなグラフになっている。これは、渋滞の前方はゆっくりと解消されているが、渋滞の後方は急に密度が増しているからである。

今度は、t を固定して γ の値を変えることで γ の影響がどの様に起こるのかを知るために行なっている。具体的に $t = 0.081$ に固定して、γ の値を変えて数値計算した結果を Fig.5.2 に示す。

まず、γ の値に対してどのような変化が見られるかというと、γ の値が大きいと、密度の全体の値が小さくなるのが確認できる。次に、渋滞の位置であるが、$\gamma = 0.8$ のときには、渋滞は 0.3 位移動し、$\gamma = 1.4$ のときは 0.6、$\gamma = 2.4$ のときは 2.6、$\gamma = 3.4$ のときは 5.9 と、移動する距離が長くなっている。このことから、γ の値が大きいと、渋滞の移動速度も速くなっていることがわかる。

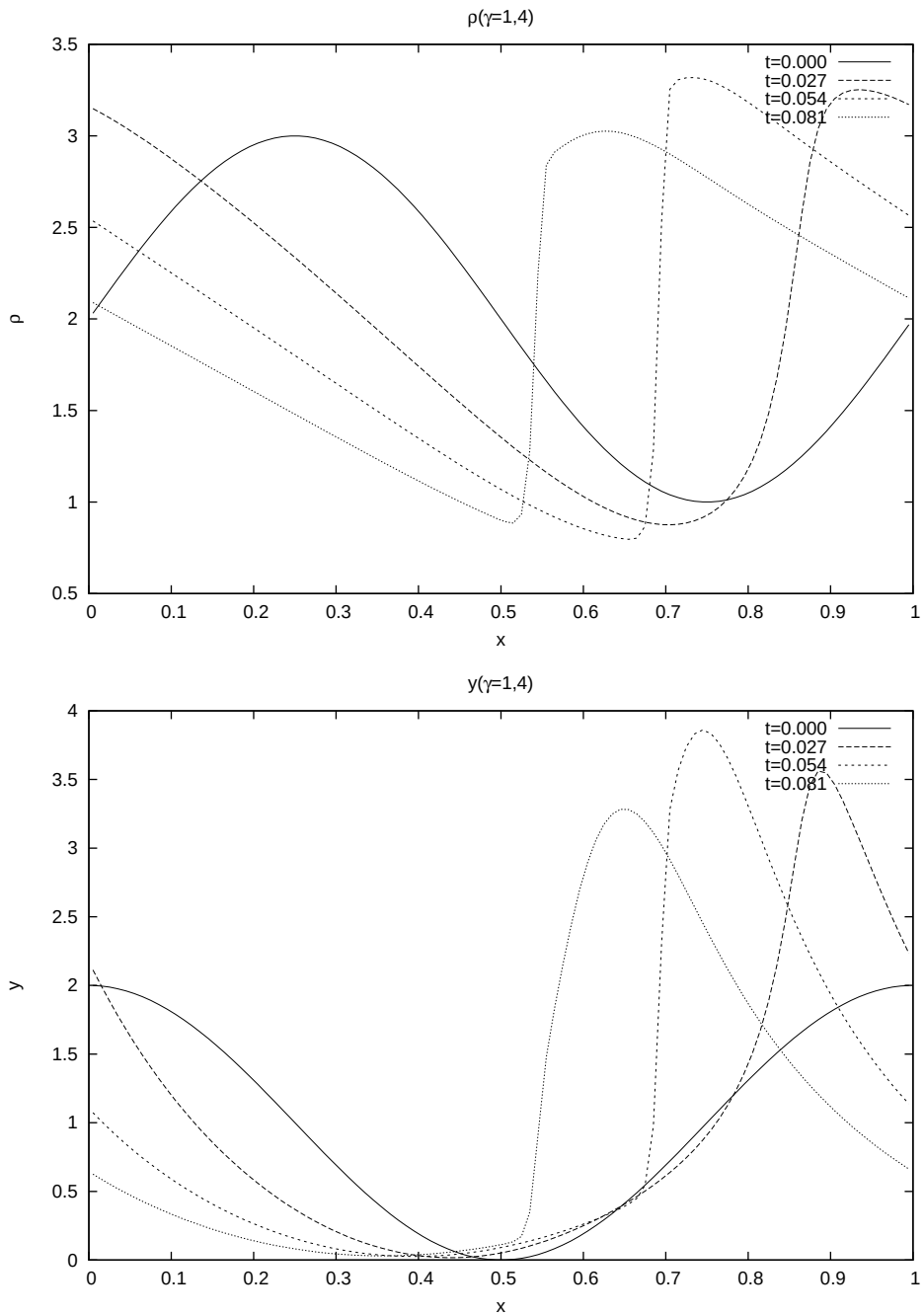

Fig. 5.1 $t = 0.000, 0.027, 0.054, 0.081$ の ρ, y のグラフ

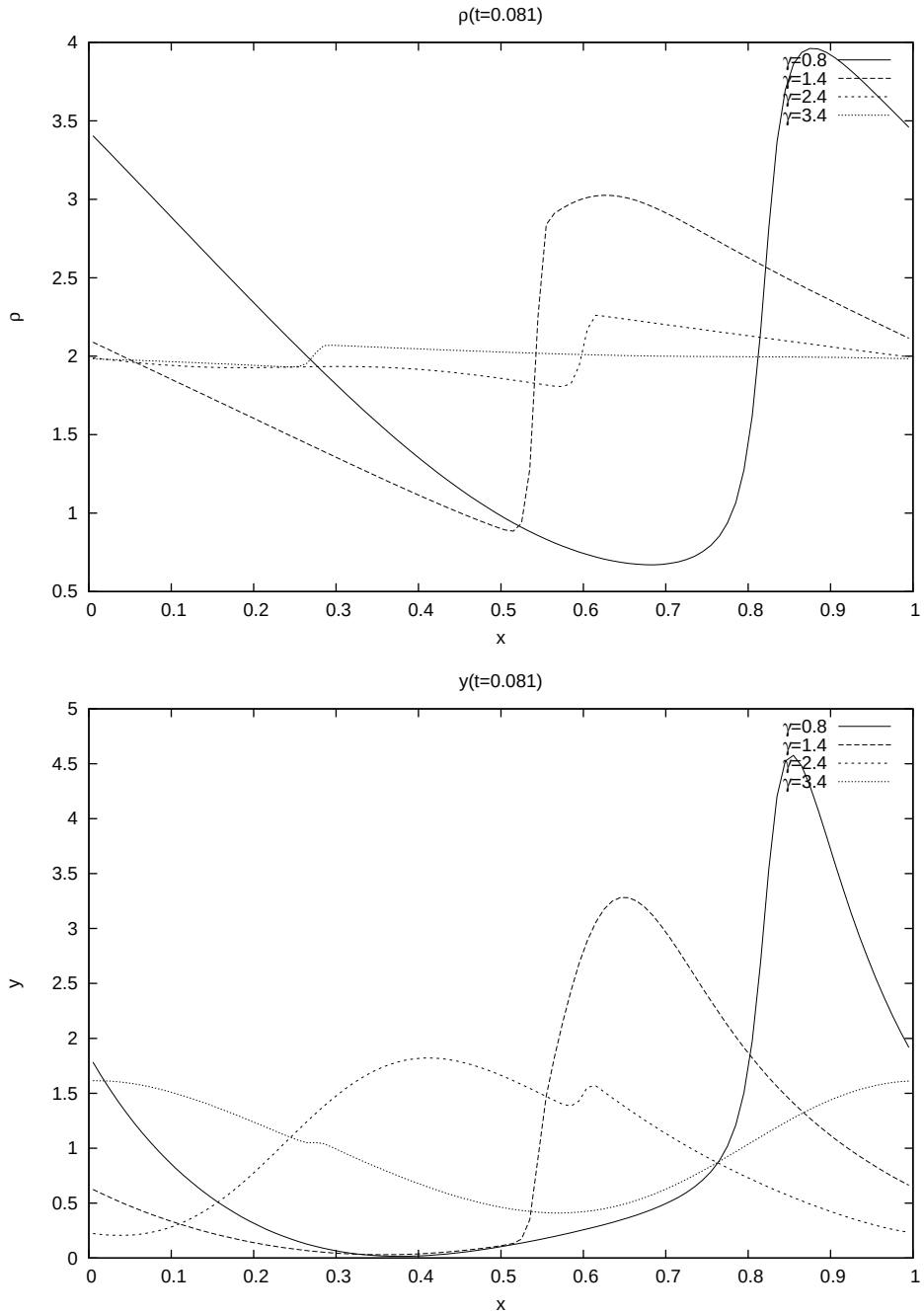

Fig. 5.2 $t = 0.081$ 固定の $\gamma = 0.8, 1.4, 2.4, 3.4$ の ρ, y のグラフ

6　まとめ

今回は過去の卒業研究の流体モデルと Aw-Rascle モデルの比較と、過去の卒業研究の流体モデルのように Aw-Rascle モデルでも道に依存した場合を考察できるのかということを目標に研究を行なってきた。しかし、結果的には Aw-Rascle モデルの簡単な数値計算しかできなく、流体モデルとの比較や、道に依存した場合の考察の検討はできなかった。

数値計算の方でも、今回は t の値と γ の値を変更し、いくつかのデータを取り、比較をするだけに終わってしまった。今後はこの渋滞の移動の様子と実際の交通や流体モデルとの比較を行なうと良いかも知れない。

今後はよりこのモデルの検証を深めて、ベースになっている式の導出や、p に関する理屈などを考えないと、過去の卒業研究の流体モデルのように道に依存したモデルができるかどうかわからない。もしくは、Aw-Rascle モデルに代わる理屈のある、そして実際の交通に近いモデルを新たに考えることが必要になるかもしれない。

参考文献

[1] R. ハーバーマン : “交通流の数学モデル”,(竹之内 監修、中井 訳、現代数学社,1981)

[2] Mauro Garavello,Benedetto Piccoli : “Traffic flow on Networks”(AIMS 2000)

[3] 宮入洋介：“交通流解析における流体モデルとセルオートマトンモデルの比較 “, 新潟工科大学情報電子工学科卒業論文,(2003)

[4] 鈴木保弘:“交通流の流体モデルにおける信号の考察とその数値解析 “, 新潟工科大学情報電子工学科卒業論文,(2000)

[5] 杉山雄規:” 交通流解析の物理”, 名古屋大学大学院情報科学研究科

[6] 高見 穎郎. 河村哲也:” 偏微分方程式の差分解法”,(東京大学出版,1994)

[7] 日本機械学会:” 流れの数値シュミレーション”(コロナ社,1998)

[8] A.Aw and M.Rascle: ”Resurrection of”second order”models of traffic flow?”, SIAM Journal on Appl. Math, 60(2000), 916-938